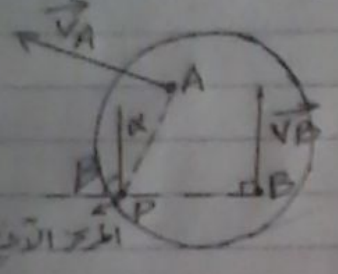
## المركز الآني للدوران.

هو نقطة من جسم تقع داخله أو خارجه سرعتها في اللحظة المدروسة تساوي الصفر وهي وحيدة.
لا يمكن أن يكون هنالك نقطتين سرعتهما تساوي الصفر لأنه وقتها تصبح حركته دورانية.



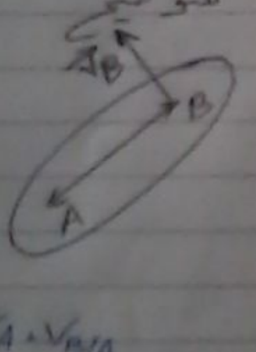

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{P/A}$$

نسقط على AP ← $V_P \cos\alpha = 0 + 0$

أما $V_P = 0$

$V_P \cos\alpha = 0$

أو $\hat{\alpha} = \frac{\pi}{2}$




$$\vec{V}_P = \vec{V}_B + \vec{V}_{P/B}$$

نسقط على PB ← $V_P \cos\beta = 0 + 0$

$V_B = V_A + V_{B/A}$

أما $V_P = 0$

$V_P \cos\beta = 0$

أو $\hat{\beta} = \frac{\pi}{2}$

$V_{B/A} \perp AB$

نستنتج: في حال $V_P$ لا تساوي الصفر ← $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$ أي شعاع السرعة $V_P$ ⊥ على كل من المستقيمين المتقاطعين في نفس الوقت وهذا مستحيل أي $V_P = 0$.

عندما يكون $V_P = 0$ تصبح العلاقة هكذا حيث تدور جميع النقاط حول النقطة P

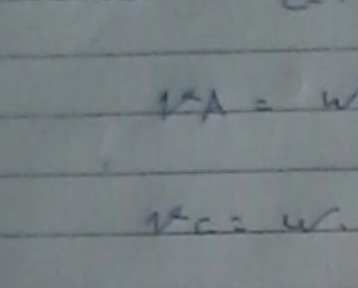
$V_A = w \cdot \overline{AP}$

$V_B = w \cdot BP$

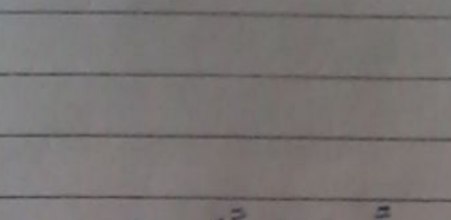
$V_C = w \cdot CP$

## الطريقة الهندسية لتحديد المركز الآني للسرعة

1) اذا علم منحى سرعتين نقطتين من الجسم



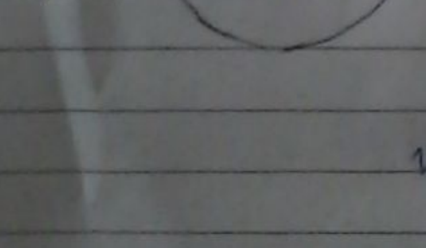

2) اذا علم سرعة نقطة (قيمتاً واتجاهاً) والسرعة الزاوية w




$$AP = \frac{V_A}{w}$$

حيث نقوم بتدوير شعاع السرعة VA بزاوية مقدارها 90 ومع جهة w.

3) اذا علم منحى سرعتين نقطتين وكانتا متوازيتين والمستقيم الواصل بينهما ليس عاموديا عليهم



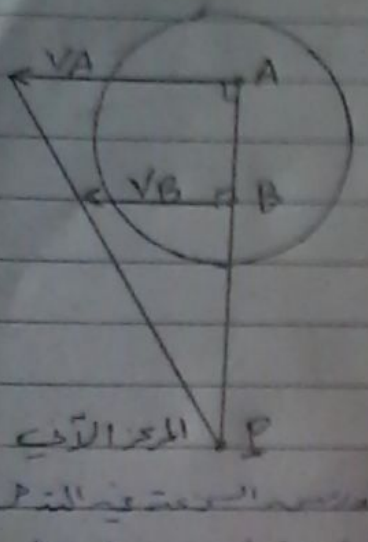

حركته انسحابية لحظية نجد w=0
ويكون لسرعة العزومية انتكونه
ع = ٥.

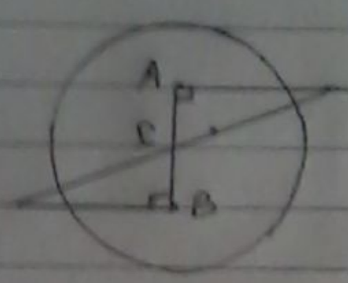
$$w = \frac{V_P}{AP} = 0$$

$$V_A = V_B = V_C = V_P$$

حركة انسحابية لحظية

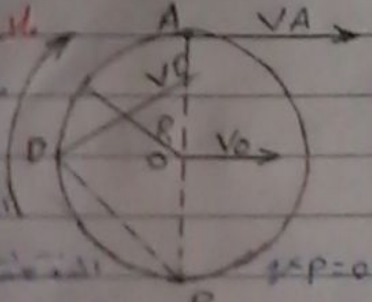
٤) في حالة علم منحى سرعتي نقطتين وكانتا متوازيتين والمستقيم الواصل بينهما عامودياً عليهم.




5) المتدحرج: وهي النقطة التي تلامس الأرض

ملاحظة: تتناسب السرعة في التدحرج [illegible] المركز الآني [illegible] W [illegible] X [illegible] المركز الآني [illegible]



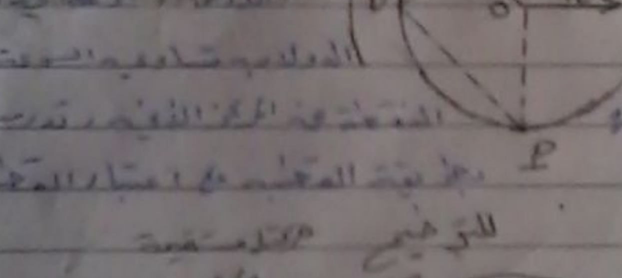

$V_O = W \cdot R$

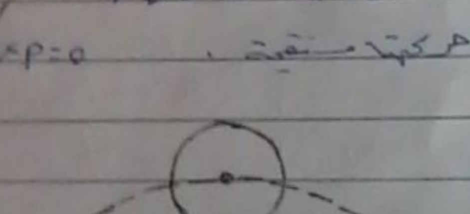
$V_A = W \cdot 2R$

$V_D = W \cdot R\sqrt{2}$

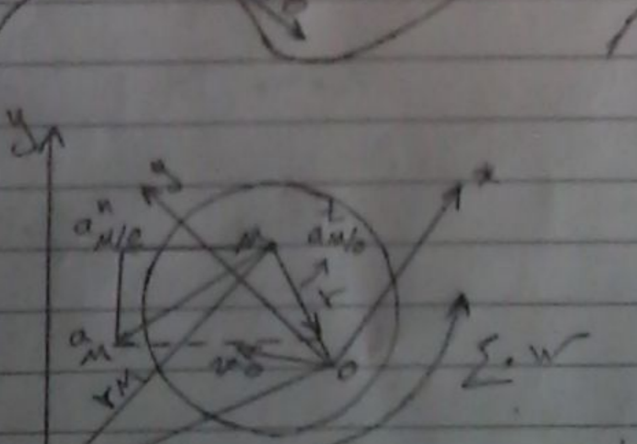
$V_P = 0$

حركته مستقيمة.




التسارع



$$\vec{r_M} = \vec{r_O} + \vec{r}_O(x_i, y_j)$$

فنحصل بالاشتقاق

$$\vec{V_M} = \vec{V_O} + W \times r = V_O + V_{M/O}$$

$$\vec{a_M} = \vec{a_O} + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{W}(\vec{W} \times \vec{r})$$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_O + a^t_{M/O} + a^n_{M/O}$$

$$\underbrace{\vec{a}_M}_{t \quad n} = \underbrace{\vec{a}_O}_{t \quad n} + \underbrace{\vec{a}_{M/O}}_{t \quad n}$$

ملاحظة: يكون التسارع الناظمي مساوياً الصفر اذا كانت الحركة انسحابية
يكون التسارع المماسي مساوياً الصفر اذا كانت السرعة ثابتة.
محصلة الأولى والثانية بجمع الزاوية بينهما

$$a^t_{M/O} = \varepsilon \cdot \vec{OM}$$

$$a^t_{M/O} \perp OM$$

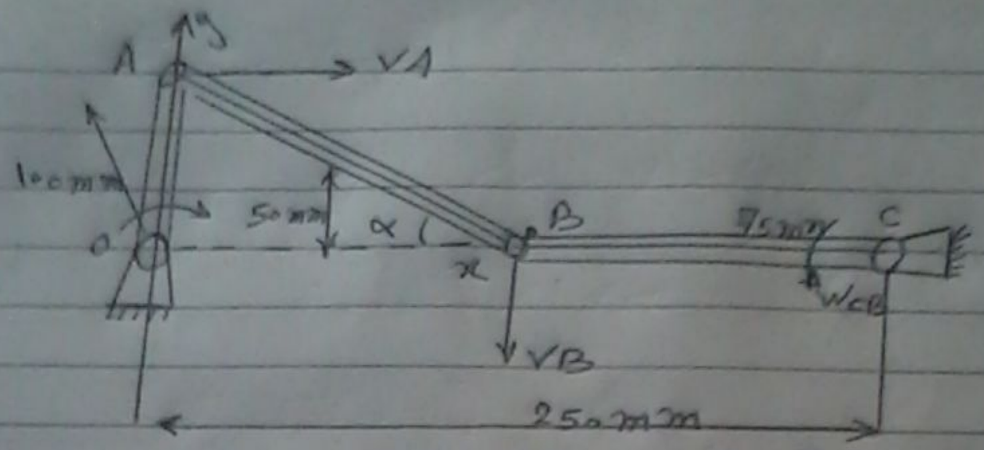
$$a^n_{M/O} = W^2 \cdot OM = \frac{V^2_{M/O}}{OM}$$

مسألة 18 ص 245

يدور الذراع CB بسرعة زاوية ثابتة $W_{CB} = 2\ rad\ s^{-1}$ بحيث يجعل العمود OA يدور حول المفصل O المثبت. أوجد المركبات الحركية لكل عناصر الآلية في هذه اللحظة.

المعطيات: $W_{CB} = 2\ rad\ s^{-1}$, $OA = 100\ mm$

$CB = 75\ mm$, $OC = 250\ mm$, $OB = 50\ mm$




$V_B = \omega_{CB} \cdot CB = 2 \times 7.5 = 15 \ cm \cdot s^{-1} \downarrow$

$\vec{V_A} = \vec{V_B} + V_{A/B}$

$\rightarrow \quad \downarrow \quad$ (line at angle α)

نحسب الزاوية أولاً

$\tan^{-1}\alpha = \left(\frac{50}{200}\right) \rightarrow \hat{\alpha} = 14°$

$AB = \sqrt{20^2 + 5^2} = \sqrt{425} = 20.61 \ cm$

نسقط على y

$0 = V_B + V_{A/B} \cos\alpha$

$V_{A/B} = \frac{V_B}{\cos\alpha} = \frac{15}{\cos 14} = 15.45 \ cm \cdot s^{-1}$

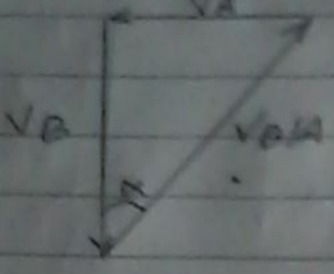
نسقط على x

$V_A = 0 + V_{A/B} \sin\alpha$

$\rightarrow V_A = 3.74 \ cm \cdot s^{-1}$

طريقة ثانية وهي مثلث السرعة

$V_{B/A} = \frac{V_B}{\cos\alpha} = \frac{15}{\cos 14} = 15.45 \ cm \cdot s^{-1}$




$v_A^t = v_{A/B}^t \sin\alpha$

$v_A^t = 15.45 \sin 14 = 3.74 \, cm.s^{-1}$

المركز الآني طريقة ثالثة

إما $\omega_{AB} = \dfrac{v_B}{PB} = \dfrac{15}{20} = 0.75$

أو $\omega_{AB} = \dfrac{v_{AB}}{AB} = \dfrac{15.45}{20.6} = 0.75$

$v_A = \omega_{AB} \times OB = 0.75 \times 5 = 3.75 \, cm.s^{-1}$

$\omega_A = \dfrac{v_A}{OA} = \dfrac{3.75}{10} = 0.375 \, rad.s^{-1}$

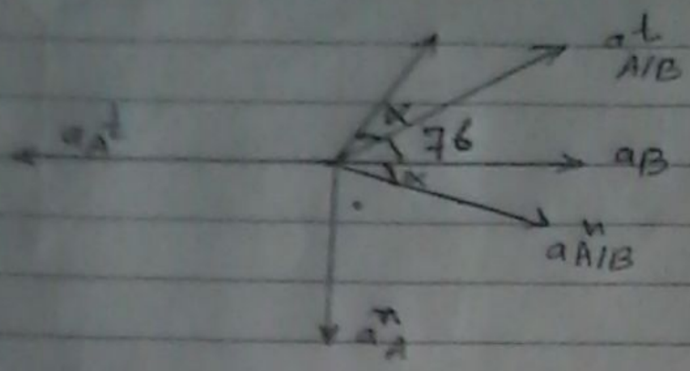
$a_B = a_B^n = \omega_B^2 . CB = 4 \times 7.5 = 30 \, cm.s^{-2}$

$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$

$\downarrow \; n \wedge t \qquad n \wedge t \; 0 \qquad a^n \wedge t \; [illegible]$

$a_A^n = \dfrac{v_A^2}{OA} = \dfrac{3.75^2}{10} = 1.44 \, cm.s^{-2}$

$a_{A/B}^n = \omega_A^2 . AB = 0.75^2 \times 20.6 = 11.58 \, cm.s^{-2}$




نسقط على y

$-a^n_A = a^t_{A/B}\cos\alpha - a^n_{A/B}\sin\alpha$

$\rightarrow a^t_{A/B} = 1.44\ cm.s^{-2}$

نسقط على x

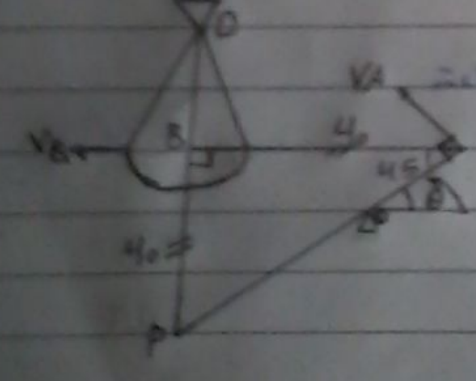
$-a^t_A = a_B + a^n_{A/B}\cos\alpha + a^t_{B/A}\sin\alpha$

$a^t_A = -11.58\ cm.s^{-2}$ عكس الاتجاه المفروض

$A^t_A = \varepsilon_{oA} \times oA \rightarrow \varepsilon_{oA} = \dfrac{A^t_A}{oA} = \dfrac{-11.58}{10} = -1.158\ rad.s^{-2}$

$A_{AB} = \varepsilon_{AB} \times A_{B} \rightarrow \varepsilon_{AB} = \dfrac{A_{A/B}}{AB} = \dfrac{1.44}{20.6} = 0.06\ rad.s^{-2}$

مسألة 13 ص 243




يدور الذراع OA بسرعة زاوية ثابتة عكس عقارب الساعة
أوجد الحركات الزاوية لكل عناصر الآلية عندما $\theta = 45°$.
المعطيات. $\omega = 4\ rad.s^{-1}$ , $\theta = 45°$

$oA = 200\ mm$ , $AB = 400\ mm$

$BD = 150$

$v_A = \omega \cdot OA = 4 \cdot 20 = 80 \ cm \cdot s^{-1}$

$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A}$

نعوضا ↑ 45° ←

الطريقة الأولى - الإسقاط على المحورين (x, y).

$\leftarrow x: \ v_B = v_A \cdot \cos 45 + 0$

$v_B = 80 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 40\sqrt{2} = 56.5 \ cm \cdot s^{-1}$ الاتجاه المفروض صحيح.

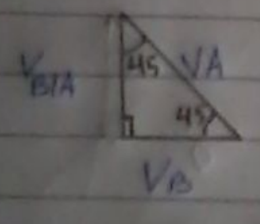
$\uparrow y: \ 0 = 80 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + V_{B/A} \rightarrow v_{B/A} = -40\sqrt{2} \ cm \cdot s^{-1}$

الاتجاه المفروض خاطئ فالاتجاه الصحيح ↓

جهة الدوران عكس عقارب الساعة.

$\omega_{AB} = \frac{v_{B/A}}{AB} = \frac{-40\sqrt{2}}{40} = -\sqrt{2}$

الطريقة الثانية (مثلث السرعة)




$v_B = v_{B/A} = 40\sqrt{2}$

الطريقة الثالثة. المركز الآني.

$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP} = \frac{80}{40\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$\omega_{AB} = \sqrt{2} \rightarrow v_B = \sqrt{2} \times 40 = 40\sqrt{2} \ cm \cdot s^{-1}$

الطريقة الرابعة (مسقطا سرعتين على مستقيم الواصل بينهما متساويتين)

{ $v_A$ معلومة المقدار والجهة } { $v_B$ معلومة الحامل فقط }

$v_A \cdot \cos\alpha = v_B \cos\beta$

$80 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = v_B = 40\sqrt{2}$

(مسقط ناظمي التساوي) (P(A) حركته حركة دورانية منتظمة)

$a^n_A = w^2_{OA} \cdot OA = 16 \times 20 = 320\ cm.s^{-2}$ ∠45°

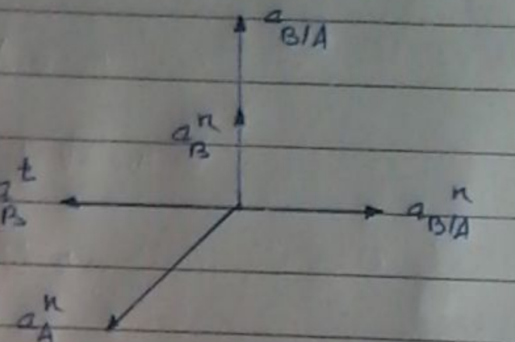
المماسي ⊥ على الأخير دوماً

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

n t n t n t

↑ ← ∠45° 0 → ↑

(خطوط العمل معلومة المنحى)




$w_{BD} = \dfrac{V_B}{BD} = \dfrac{40\sqrt{2}}{15} = 3,77\ rad.s^{-1}$

$a^n_B = w^2_{BD} \cdot \overline{B}D = \dfrac{V_B^2}{BD} = \dfrac{(40\sqrt{2})^2}{15} = 213,3 cm.s^{-2}$

$a^n_{B/A} = w^2_{AB} \cdot AB = 2 \times 40 = 80\ cm.s^{-2}$

$\overleftarrow{a^t_B} = a^n_A \cos 45 - a^n_{B/A} \Rightarrow a^t_B = 320 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 80 = 146,9\ cm\ s^{-2}$

$\varepsilon_{B/D} = \dfrac{a^t_B}{BD} = \dfrac{146,9}{15} = 9,7\ rad.s^{-2}$

نسقط على y ↑

$a^n_B = -a^n_A \cdot \cos 45 + a_{B/A}$

$213,3 = -320 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} + a^t_{B/A} \Rightarrow a^t_{B/A} = 439,6\ cm.s^{-2}$

$\varepsilon_{AB} = \dfrac{a^t_{B/A}}{AB} = \dfrac{439}{40} = 10,9\ rad.s^{-2}$